

Cuerpo Técnico de la  
Administración de la  
Comunidad Autónoma de  
Extremadura

Especialidad Estadística

TRIBUNAL N°5

Turno libre

Segundo Ejercicio

Orden de 27 de diciembre de 2013  
(D.O.E. N° 249, de 30 de diciembre)

**26 DE OCTUBRE DE 2015**



NOTA: Cada supuesto tiene una valoración máxima que se indica en cada uno de ellos. Esta puntuación se aminorará en función de los errores cometidos.

**EJERCICIO 1 (0,5 puntos)**

En un cierto barrio de Cáceres se ha considerado que el número de horas semanales que un niño de 12 años pasa en Internet se distribuye como sigue:

Número de horas	Nº de niños
[0-2)	110
[2-4)	200
[4-6)	90
[6-8)	75
[8-10)	25
	500

Determinar:

- a) ¿Cuál es el número medio de horas en Internet de estos niños?
- b) ¿Cuál es el número de horas más frecuente?
- c) Se quiere realizar un actividad que conciencie a los niños de los peligros de Internet. Como sólo tenemos plazas para la mitad de los niños, se decide elegir a aquellos que pasen más horas en Internet. Elegir y calcular la medida estadística que nos ayudará a decidir qué niños participan en la actividad.
- d) Si el coeficiente de variación de Pearson de otro grupo de niños de la misma edad es 1,8 ¿cuál de los dos grupos presentaría mayor variabilidad?

**EJERCICIO 2 (1 punto)**

Se está estudiando la relación entre el número de horas que los alumnos de una clase dedican al estudio de Lengua y la nota que han obtenido en un examen. En la siguiente tabla se muestran los datos:

Horas estudio	9	6	10	4	6	12
Puntuación examen	8	4	9	4	8	9

Conociendo los siguientes datos:

Horas de estudio: Media = 7,8; Varianza = 7,5

Puntuación examen: Media = 7,0; Varianza = 4,7;

Covarianza (horas, puntuación) = 4,8

- Predecir mediante una recta de regresión la puntuación en el examen de una alumna que ha estudiado 5 horas.
- Decidir, utilizando la recta de regresión correspondiente, cuántas horas debería estudiar un alumno que quiera obtener un 7 en el examen.
- Calcular e interpretar el coeficiente de correlación lineal.
- Según la recta de regresión correspondiente ¿en cuánto aumenta la puntuación obtenida por cada hora de estudio?

**EJERCICIO 3 (1 punto)**

A continuación se transcribe el proyecto de investigación que un grupo de estudiantes quería realizar para posteriormente presentarlo en la GOOGLE SCIENCE FAIR 2015, que se realiza anualmente y que tenía este año como premio principal una beca de 50.000 \$. No obstante, el grupo de profesores del Instituto al que pertenecían los alumnos, y que tenían que realizar una primera selección, rechazaron el proyecto.

Proyecto presentado:

*La compañía Apple asegura que, en cualquier ciudad americana, más del 55% de los usuarios particulares de telefonía poseen un teléfono móvil iphone, en cualquiera de sus modelos y versiones. Pretendemos asegurarnos de que estos datos son ciertos por lo que vamos a realizar un estudio en nuestra ciudad, Springfield, obteniéndose así un parámetro poblacional que compararemos con el estadístico que ofrece la compañía Apple.*

*Así para conocer el número de usuarios particulares de telefonía móvil que disponen de iphone en la ciudad de Springfield queremos realizar un muestreo aleatorio, para ello realizaremos llamadas telefónicas todos los días laborales de 10 a 12 de la mañana durante un mes. No disponemos del número exacto de usuarios particulares de telefonía móvil en Springfield, pero para determinar nuestra muestra este dato no es necesario, porque sabemos que este número está entre 10.000 y 20.000 usuarios.*

*El contraste de hipótesis que estableceremos será:*

*$H_0$  (hipótesis nula): El porcentaje de usuarios particulares de telefonía móvil con un iphone es inferior al 55%.*

*$H_1$  (hipótesis alternativa): el porcentaje de usuarios particulares de telefonía móvil con un iphone es igual o superior al 55%.*

*Además queremos saber, en el caso de que el usuario responda sí a la pregunta de que si tiene un iphone, cuántos iphone ha tenido a lo largo de su vida. Para obtener una media de los iphone que los usuarios particulares de Springfield han tenido a lo largo de su vida vamos a utilizar la fórmula de la media geométrica.*

Desde el punto de vista de la estadística, indique qué fallos en las bases del proyecto pudieron alegar los profesores para no seleccionarlo.

**EJERCICIO 4 (1,3 punto)**

Un fabricante de pruebas de embarazo quiere sacar a la venta un nuevo modelo que considera más fiable que los que existen actualmente en el mercado. Según sus estudios, la probabilidad de que esta prueba dé positivo cuando la mujer está embarazada es 99%, por otra parte, la prueba da negativo en el 97% de los casos en los que la mujer no lo está. Se sabe que 5 de cada 100 mujeres están embarazadas.

- a) Calcula la probabilidad de que una mujer esté embarazada sabiendo que el resultado de la prueba ha salido positivo.

Este fabricante quiere ir más allá y está trabajando en otra prueba que determine el sexo y el color de los ojos del bebé. Para ello se ha basado en estudios que indican que la probabilidad de nacer mujer,  $P(M)$ , es  $4/7$  y la de tener ojos azules,  $P(A)$ , es  $5/7$  y la probabilidad de ser mujer con ojos azules es  $3/7$ . Ayuda al fabricante con la prueba del sexo y el color de los ojos del bebe, resolviendo los siguientes interrogantes:

- b) Si es independiente el hecho de ser mujer con tener los ojos azules.
- c) Sabiendo que el bebé va a tener los ojos azules, cuál es la probabilidad de que vaya a ser mujer.
- d)  $P(M / M \cap A)$  Explica el resultado.
- e)  $P(M \cap A / A)$
- f)  $P(\overline{M} \cup A / M \cap A)$

**EJERCICIO 5 (1,2 punto)**

La longitud de una pieza se distribuye según la siguiente función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} kx^2 & 0 < x \leq 1 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

Siendo válidas las piezas con longitud comprendida entre 0,2 y 0,6. Calcular:

- a) Su función de distribución.
- b) La longitud media de las piezas y su varianza.
- c) Probabilidad de que una pieza sea útil.
- d) La mediana de la distribución.

**EJERCICIO 6 (1,25 punto)**

Un hospital quiere comprobar si un nuevo medicamento resulta más eficaz que el que se viene utilizando hasta ahora. Sabemos que el medicamento actual produce una curación del 50% de los pacientes.

Para hacer la comprobación se ha elegido un grupo de 100 pacientes a los que se les aplica el nuevo tratamiento, obteniendo una curación del 60%.

- a) Plantea el contraste de hipótesis y realiza los cálculos oportunos para posteriormente decidir si el nuevo medicamento mejora el porcentaje de curados del 50%.
- b) A la vista de los resultados anteriores, ¿qué podemos decir sobre el nuevo medicamento, con un nivel de confianza del 99%?
- c) ¿Cuál sería el mínimo porcentaje de pacientes que se deberían curar con el segundo tratamiento, para admitir que éste es mejor que el primero, con el nivel de confianza anterior?
- d) A su vez este hospital prueba con nuevos medicamentos no experimentados y antes de suministrarlos debe calcular una muestra para saber la probabilidad de cura. ¿Cuál sería ese tamaño si se pretende cometer un error máximo del 2% en un intervalo de confianza del 95%?

**EJERCICIO 7 (0,5 punto)**

A continuación se muestran los valores que toma el IPC en el período 2005 a 2014.

AÑO	IPC base 2006	IPC base 2011
2005	97,23	
2006	100	
2007	102,67	
2008	106,94	
2009	106,48	
2010	108,37	
2011	111,92	100
2012		102,15
2013		103,69
2014		102,96

- a) Construir una única serie de IPC con base 2011.
- b) Si una persona ganaba 1.000 euros en 2005, ¿cuánto debería ganar en 2014 para no perder poder adquisitivo?

**EJERCICIO 8 (1 punto)**

En una empresa trabajan 20.000 productores, cuyos salarios, según categorías son:

Salarios (Miles de €)	Nº de productores
10-20	12.000
20-40	6.000
40-50	1.000
50-100	800
100-200	200
	20.000

- a) Determine e interprete el coeficiente de concentración de Gini.
- b) ¿Qué parte de la nómina percibe el 5% del personal mejor pagado?
- c) ¿Qué porcentaje de productores percibe el 50% de los salarios?

**EJERCICIO 9 (1,25 puntos)**

Supongamos una cesta de la compra con 4 productos. Para cada uno de estos productos disponemos de sus precios de venta y las cantidades vendidas entre los meses del 1 al 4. Consideremos el mes 1 como el mes base.

Calcular el índice de precios de Laspeyres y el índice de precios de Paasche y sus tasas de crecimiento sobre el mes anterior.

	PRECIOS					CANTIDADES			
	MES 1	MES 2	MES 3	MES 4		MES 1	MES 2	MES 3	MES 4
PRODUCTO 1	324	315	310	322		15	22	27	10
PRODUCTO 2	18	20	20	24		420	400	502	480
PRODUCTO 3	112	120	123	130		57	60	66	80
PRODUCTO 4	1214	1210	1120	1100		8	8	8	10



**EJERCICIO 10 (1 punto)**

La Administración extremeña está realizando un estudio para repartir la partida económica recibida del Estado a los distintos municipios en función de varios parámetros.

A cada municipio se asignará un punto por cada medida (máximo 5 puntos) que esté por encima del valor regional.

La siguiente tabla corresponde a la población por sexo y grupos de edad de Extremadura en el año 2014.

EDAD	SEXO		
	Hombre	Mujer	Total
0-4	25.001	23.439	48.440
5-9	27.329	26.079	53.408
10-14	27.515	26.430	53.945
15-19	29.017	27.282	56.299
20-24	33.840	32.269	66.109
25-29	35.865	33.218	69.083
30-34	38.744	36.679	75.423
35-39	41.179	39.674	80.853
40-44	42.449	40.952	83.401
45-49	44.558	43.545	88.103
50-54	43.394	40.879	84.273
55-59	35.155	32.865	68.020
60-64	28.825	27.857	56.682
65-69	25.876	27.571	53.447
70-74	20.296	24.105	44.401
75-79	19.489	25.609	45.098
80-84	15.935	23.688	39.623
85-89	8.042	14.400	22.442
90-94	2.593	5.838	8.431
95-99	426	1.385	1.811
100 y más	88	252	340
<b>Total</b>	<b>545.616</b>	<b>554.016</b>	<b>1.099.632</b>

Los nacimientos y defunciones ocurridos en Extremadura en el mismo periodo son:

	Hombre	Mujer	Total
Nacimientos	4.631	4.512	9.143
Defunciones	5.515	5.236	10.751

Por otra parte, en los centros educativos extremeños, el alumnado matriculado en Primaria y ESO (Educación Secundaria Obligatoria) por edad y curso se distribuye según la tabla siguiente:

Enseñanza	Curso	Edad												Total	
		5 Años	6 Años	7 Años	8 Años	9 Años	10 Años	11 Años	12 Años	13 Años	14 Años	15 Años	16 y más		
Primaria	1º	5	10.515	48	1										10.569
	2º		10	10.545	621	9	2								11.187
	3º			3	9.880	602	4	2							10.491
	4º				9	9.809	1.091	12							10.921
	5º					10	9.483	1.052	4	2					10.551
	6º						17	9.419	1.647	35	3				11.121
<b>Total E. Primaria</b>		<b>5</b>	<b>10.525</b>	<b>10.596</b>	<b>10.511</b>	<b>10.430</b>	<b>10.597</b>	<b>10.485</b>	<b>1.651</b>	<b>37</b>	<b>3</b>			<b>64.840</b>	
E.S.O.	1º							18	8.960	2.489	940	17	3	12.427	
	2º								8	8.249	2.422	1.511	143	12.333	
	3º									8	7.377	2.388	1.252	11.025	
	4º										5	6.334	3.720	10.059	
<b>Total E.S.O.</b>								<b>18</b>	<b>8.968</b>	<b>10.746</b>	<b>10.744</b>	<b>10.250</b>	<b>5.118</b>	<b>45.844</b>	
<b>TOTAL Prim.+E.S.O.</b>		<b>5</b>	<b>10.525</b>	<b>10.596</b>	<b>10.511</b>	<b>10.430</b>	<b>10.597</b>	<b>10.503</b>	<b>10.619</b>	<b>10.783</b>	<b>10.747</b>	<b>10.250</b>	<b>5.118</b>	<b>110.684</b>	

Determinar las siguientes medidas autonómicas ajustándose a la información disponible:

- a) La tasa de dependencia.
- b) Tasa de idoneidad del alumnado de 12 años, sabiendo que esa es la edad teórica de comienzo de la ESO.
- c) Tasa global de fecundidad.
- d) Tasa bruta de mortalidad.
- e) Saldo vegetativo (natural) por mil habitantes.